第29讲 割线法证明零点差大于某值，切线法证明零点差小于某值

1. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1-x^2}{e^x}$（e 为自然对数的底数）.

(1) 求函数 $f(x)$ 的零点 x_0，以及曲线 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 处的切线方程;

(2) 设方程 $f(x)=m(m>0)$ 有两个实数根 x_1，x_2，求证: $|x_1-x_2|<2-m(1+\dfrac{1}{2e})$.

2. 已知函数 $f(x)=(e-x)lnx$（e 为自然对数的底数）.

(1) 求函数 $f(x)$ 的零点，以及曲线 $y=f(x)$ 在其零点处的切线方程;

(2) 若方程 $f(x)=m(m\neq 0)$ 有两个实数根 x_1，x_2，求证: $|x_1-x_2|<e-1-\dfrac{em}{e-1}$.

3. 已知函数 $f(x)=(x^2-1)e^x$（e 为自然对数的底数）.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程:

(2) 若方程 $f(x)=m(m<0)$ 有两个不等的实数根 x_1，x_2，求证: $|x_1-x_2|<2+m$.

4. 已知函数 $f(x)=(x+b)(e^x-a)(b>0)$ 在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程为 $(e-1)x+ey+e-1=0$.

(1) 求 a，b;

(2) 设曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴负半轴的交点为点 P，曲线在点 P 处的切线方程为 $y=h(x)$，求证: 对于任意的实数 x，都有 $f(x)\geqslant h(x)$;

□3□□□□ x □□□ $f(x)=m(m>0)$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $x_2-x_1\leq 1+\frac{m(1-2e)}{1-e}$ □

5□□□□□ $f(x)=(x^2-x)e^x$

□1□□□□ $y=f(x)$ □□□□□□□□□□

□2□□ $f(x)-ax+e\geq 0$ □□□□□□□ a □□□□□□

□3□□□□ $f(x)=m(m\in R)$ □□□□□□□ x_1 □ x_2 □□□□ $|x_1-x_2|<\frac{m}{e}+m+1$ □

6□□□□□ $f(x)=(x-1)ln(x+1)$ □□□ $y=f(x)$ □□ $(1,0)$ □□□□□□□ $y=kx+b(k,b\in R)$ □

□1□□ k □ b □□□

□2□□□□ $f(x)\geq kx+b$ □

□3□□□□ $g(x)=f(x)+m(m\in R)$ □□□□□ x_1 □ x_2 □□□ $|x_2-x_1|\leq 1-m-\frac{m}{ln2}$ □

7□□□□□ $f(x)=(lnx-1)(ax-1)(a>0)$ □□□□ $y=f(x)$ □□ $(e$ □ f □e□$)$ □□□□□□□ $y=g(x)$ □

□1□□ $g(x)$ □□□□□

□2□□□□□□□□□□x□□□$f(x)\geqslant g(x)$□

□3□□$a=1$□□□□x□□□$f(x)=m$□□□□□□□□□x_1□x_2□□□□$|x_2-x_1|<m(1+\frac{e}{e-1})+e-1$□

8□□□□□$f(x)=(x+1)(e^x-1)$□

□1□□$f(x)$□□$(-1$□$f(-1))$□□□□□□□

□2□□□□$f(x)=b$□□□□□□x_1□x_2□□$x_1<x_2$□□□□$x_2-x_1\leqslant 1+\frac{b+e+1}{3e-1}+\frac{eb}{e-1}$□

9□□□□□$f(x)=(x+1)(e^x-1)$□

□1□□$f(x)$□□$(-1$□$f(-1))$□□□□□□□

□2□□□$f(x)\geqslant ax$□R□□□□□□a□□□

□3□□□□$f(x)=b$□□□□□□x_1□x_2□□$x_1<x_2$□□□□$x_2-x_1\leqslant b+1+\frac{eb}{e-1}$□

10□□□□□ $f(x)=(x+b)(e^x-a)$ □ $(b>0)$ □□ $(-1$ □ $f(-1))$ □□□□□□□ $(e-1)x+ey+e-1=0$ □

□I□□ a □ b □

□II□□□□ $f(x)=m$ □□□□□□ x_1 □ x_2 □□ $x_1<x_2$ □□□□ $x_2-x_1\leqslant 1+\dfrac{m(1-2e)}{1-e}$ □

11□□□□ $f(x)=x\ln x$ □

□1□□□□ $y=f(x)$ □□ $(e^2$ □ $f(e^2))$ □□□□□□□

□2□□□□ x □□□ $f(x)=a$ □□□□□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $x_2-x_1<1+2a+e^{-2}$ □

12□□□□□ $f(x)=2\sin x-x^2+2\pi x-a$ □

□I□□ $a=0$ □□□ $f(x)$ □□□□□□□□□

□II□□ $f(x)$ □□□□□ x_1 □ $x_2(x_1<x_2)$ □□□□ $\dfrac{1-\pi^2}{\pi}(x_2-x_1-2\pi)\geqslant a$ □

13□□□□□ $f(x)=nx-x^n$ □ $x\in R$ □□□ $n\in N$ □ $n\geqslant 2$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□□$y=f(x)$□x□□□□□□□□P□□□□□P□□□□□□□$y=g(x)$□□□□□□□□□□□□□x□□□$f(x)\le g(x)$□

□3□□$n=5$□□□□x□□□$f(x)=a(a$□□□□□□□□□□x_1□x_2□□□□$|x_2-x_1|<2-\frac{a}{4}$□

14□□□□□$f(x)=nx-x^n$□$x\in R$□□□$n\in N$□□$n\geq 2$□

□I□□□$f(x)$□□□□□

□II□□□□$y=f(x)$□x□□□□□□□□P□□□□□P□□□□□□□$y=g(x)$□□□□□□□□□□□□□x□□□$f(x)\le g(x)$□

□III□□□□x□□□$f(x)=a(a$□□□□□□□□□□□□x_1□x_2□□□□$|x_2-x_1|<\frac{a}{1-n}+2$□

15□□□□□$f(x)=4x-x^4$□$x\in R$□

□I□□$f(x)$□□□□□□□

□II□□□□$y=f(x)$□x□□□□□□□□P□□□□□P□□□□□□□$y=g(x)$□□□□□□□□□□□□x□□□$f(x)\le g(x)$□

□III□□□□$f(x)=a(a$□□□□□□□□□□□□x_1□x_2□□$x_1<x_2$□□□□$x_2-x_1\le -\frac{a}{3}+4^{\frac{1}{3}}$□